

Investigating the performance of the differential evolution algorithm in estimating soil hydraulic parameters

Abbas Khashei Siuki^{1,*}, Samaneh Etminan², Ali Shahidi³, Mohsen Pourreza Bilondi³,
Vahidreza Jalali⁴

¹ Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Birjand, Birjand, Iran

² Former Ph.D. Student, Department of Soil Engineering and Science, Faculty of Agriculture, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

³ Associate Professor, Department of Water Engineering and Researcher, Department of Drought and Climate Change, Faculty of Agriculture, University of Birjand, Birjand, Iran

⁴ Associate Professor, Department of Natural Engineering, Faculty of Environment and Natural Resources, Shirvan Faculty of Agriculture, Bojnord University, Iran

Extended Abstract

Introduction

The soil water curve is one of the most critical soil hydraulic characteristics. This characteristic is used to determine soil water in the field capacity point and the permanent wilting point (PWP) beside it has a vital role in the application of soil water models in the study of soil-plant-water relationships. This curve is known as the quality soil index which has an effective role in the explanation of agricultural, ecological, and environmental problems. Impressive and efficient management of soil and water resources, water flow and solute transport survey, soil pollution, and contaminant leakage into water sources are dependent upon the accurate estimation of soil water curve parameters. Moreover, this index has a functional role in applying numerical and hydrological models. On the other hand, to better identify and understand its role, different models were provided to describe this curve mathematically. The efficiency of these models depended on the accuracy of estimated parameters in the model structure that was defined. Soil water curve is known as a non-linear relationship that is used to describe the relation between soil and water content or degree of soil saturation. The soil water curve provides essential information for using irrigation methods and about soil resistance and soil mechanical properties. In this research, the performance trend of two meta-heuristic algorithms, including the differential evolution (DE) and particle swarm optimization (PSO), was studied to estimate hydraulic parameters of soil water curves based on the van Genuchten and the Brooks and Cory models in four soil texture classes; loam, silt loam, sandy loam, and sandy clay loam. Besides, this study evaluated the performance of the meta-heuristic algorithm to RETC software. This software has a non-linear square local algorithm. This study can evaluate the ability of the meta-heuristic algorithms to estimate parameters for exponential relationships and nonlinear models.

Materials and Methods

At the agricultural farm of the University of Birjand, a study was conducted to analyze soil water content in different texture classes. The research involved the random selection of four soil texture classes and the random sampling of 20 points from each class. The soil water content was measured using a sandbox and pressure plate device, covering a broad suction range of 0-15000 cm. In the first phase, soil water curve parameters were estimated for each soil texture using the van Genuchten model and the Brooks and Cory model in the RETC software. Subsequently, the Matlab desktop environment was utilized to apply meta-heuristic algorithms (DE and PSO) to estimate the soil water curve parameters based on the two models. An objective function was defined to minimize the Root Mean Square Error (RMSE) of the meta-heuristic algorithms' performance. Finally, the study compared the performance of the meta-heuristic algorithms (DE and PSO) with the RETC software in estimating soil water curve parameters based on the van Genuchten and Brooks and Cory models, using statistical indices such as RMSE and R². The soil texture classes play a crucial role in influencing soil water content and nutrient retention, making them an essential factor in agricultural management and crop suitability. The study's findings can contribute to a better understanding of soil water dynamics and the development of improved agricultural practices.

Results and Discussion

The obtained results of the statistical indices (RMSE and R^2) showed that the least value of RMSE was acquired by the differential evolution algorithm (DE) performance. The values of RMSE during the application of the DE algorithm as an estimated method based on the van Genuchten model were 0.0008, 0.0005, 0.0004, and 0.0006 also based on the Brooks and Cory were 0.006, 0.006, 0.005, and 0.0005 in sandy clay loam, sandy loam, loam, and silt loam respectively. Also, the highest value of the R^2 index was obtained equal to 0.995, 0.996, 0.994, and 0.994 by the utilization of the DE algorithm based on the van Genuchten model in the sandy clay loam, sandy loam, loam, and silt loam respectively. The values of RMSE by the utilization of the PSO algorithm based on the van Genuchten model were 0.0021, 0.006, 0.0057, and 0.006 in the sandy clay loam, sandy loam, loam, and silt loam classes respectively. The highest and lowest values of the RMSE and R^2 indices by the application of RETC software were obtained equal to 0.017 and 0.912 (sandy clay loam), 0.01 and 0.963 (sandy loam), 0.085 and 0.972 (loam), and 0.01 and 0.924 (silt loam) based on the van Genuchten model.

Conclusion

It could be concluded that RETC software has poor performance in the estimation of soil water curve parameters in all soil texture classes studied based on the van Genuchten and Brooks and Cory models. This trend represents the weakness of the local algorithms to solve multivariable problems where an exponential relationship exists between the variables and they are influenced by each other. On the other hand, the results show the meta-heuristic algorithms have sufficient ability to estimate parameters in multivariable problems. It could be concluded that the meta-heuristic algorithms have better performance in estimating the parameters of soil hydraulic models. The DE algorithm is the best method to estimate soil hydraulic parameters. The PSO algorithm has the nearest performance to the DE algorithm but the best performance to RETC. Finally, meta-heuristic algorithms are suitable options for estimating soil water curve parameters based on various hydraulic models.

Keywords: Brooks and Cory model, Meta-Heuristic algorithm, Soil texture class, Van Genuchten model

Article Type: Research Article

Acknowledgment

We would like to express our sincere gratitude to the University of Birjand for its financial and logistical support.

Conflicts of interest

The authors of this article declared no conflict of interest regarding the authorship or publication of this article.

Data Availability Statement:

The datasets are available upon a reasonable request to the corresponding author.

Authors' contribution

Abbas Khashei Siuki: Writing-original draft preparation; **Samaneh Etminan:** Resources, Software, Manuscript editing; **Ali Shahidi:** Formal analysis and investigation; **Mohsen Pourreza Bilondi:** Visualization, Supervision; **Vahidreza Jalali:** Conceptualization, Methodology.

*Corresponding Author, E-mail: abbaskhashei@birjand.ac.ir

Citation: Khashei Siuki, A., Etminan, S., Shahidi, A., Pourreza Bilondi, M., & Jalali, V.R. (2024). Investigating the performance of differential evolution algorithm in estimating soil hydraulic parameters. *Water and Soil Management and Modeling*, 4(1), 36-51.

DOI: 10.22098/mmws.2023.12101.1202

Received: 10 January 2023, Received in revised form: 29 January 2023, Accepted: 02 February 2023, Published online: 02 February 2023

Water and Soil Management and Modeling, Year 2024, Vol. 4, No. 1, pp 36-51

Publisher: University of Mohaghegh Ardabili

© Author (s)





بررسی عملکرد الگوریتم تکامل تفاضلی در برآورد پارامترهای هیدرولیکی خاک

عباس خاشعی سیوکی^{۱*}، سمانه اطمینان^۲، علی شهیدی^۳، محسن پوررضا بیلندی^۳، وحیدرضا جلالی^۴

^۱ استاد، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

^۲ دانش‌آموخته دکتری، گروه علوم و مهندسی خاک، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

^۳ دانشیار، گروه مهندسی آب، و محقق گروه خشک‌سالی و تغییرات اقلیمی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

^۴ دانشیار، گروه مهندسی طبیعت، دانشکده محیط زیست و منابع طبیعی، دانشکده کشاورزی شیروان، دانشگاه بجنورد، بجنورد، ایران

چکیده

یکی از مهم‌ترین شاخص‌های هیدرولیکی خاک، منحنی رطوبتی خاک است که علاوه بر تعیین مقدار رطوبت خاک در نقاط ظرفیت زراعی و پژمردگی خاک، نقش مؤثری در کاربرد مدل‌های آب خاک در مطالعه روابط خاک-گیاه-آب دارد. مدل‌های ریاضی مختلفی برای توصیف این منحنی ارائه شده است که دقت آن‌ها به پارامترهای مدل بستگی دارد. در این پژوهش روند عملکرد دو الگوریتم فراابتکاری (الگوریتم‌های تکامل تفاضلی و بهینه‌ساز ازدحام ذرات) در برآورد پارامترهای هیدرولیکی منحنی رطوبتی خاک بر پایه مدل ون‌گنوختن و مدل بروکز-کوری در چهار کلاس بافتی بررسی شد. همچنین، عملکرد این الگوریتم‌ها نسبت به نرم‌افزار RETC که دارای الگوریتم محلی غیرخطی حداقل مربعات است، ارزیابی شد. از این‌رو، در سطح مزرعه کشاورزی دانشگاه بیرجند از چهار کلاس بافتی غالب، ۲۰ نقطه به‌طور تصادفی انتخاب و نمونه‌برداری صورت گرفت. با استفاده از جعبه‌شن و صفحات فشاری در دامنه مکش صفر تا ۱۵۰۰۰ سانتی‌متر آب، مقدار رطوبت خاک اندازه‌گیری شد. در پایان، از دو شاخص آماری RMSE و R^2 برای مقایسه نتایج حاصل بهره گرفته شد. نتایج نشان داد، کم‌ترین مقدار شاخص RMSE حاصل عملکرد الگوریتم تکامل تفاضلی در هر دو مدل مورد مطالعه است. مقدار RMSE طی کاربرد الگوریتم تکامل تفاضلی در برآورد پارامترهای مدل vG برابر با ۰/۰۰۰۸، ۰/۰۰۰۵، ۰/۰۰۰۴ و ۰/۰۰۰۶ به ترتیب در کلاس بافتی لوم رس شنی، لوم شنی، لوم و سیلت لوم حاصل شد. نتایج عملکرد الگوریتم تکامل تفاضلی در برآورد پارامترهای مدل BC نشان داد که کم‌ترین مقدار شاخص RMSE به ترتیب برابر با ۰/۰۰۰۶، ۰/۰۰۰۶، ۰/۰۰۰۵ و ۰/۰۰۰۵ در چهار کلاس بافتی مورد مطالعه که نسبت به عملکرد الگوریتم بهینه‌ساز ازدحام ذرات و RETC دارای بهترین عملکرد است. همچنین، بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار دو شاخص آماری RMSE و R^2 در همه کلاس‌های بافتی خاک در برآورد پارامترهای هر دو مدل مورد مطالعه طی کاربرد RETC مشاهده شد. نتایج حاصل از این پژوهش از یک طرف بیان‌گر عملکرد ضعیف الگوریتم‌های محلی در حل مسائل چندمتغیره‌ای است. از سوی دیگر، بیان‌گر قابلیت الگوریتم‌های فراابتکاری در حل مسائل چندمتغیره‌ای که دارای روابط نامایی است. بنابراین، الگوریتم‌های فراابتکاری می‌تواند گزینه مناسبی در حل مدل‌های هیدرولیکی خاک برای برآورد پارامترهای منحنی رطوبتی خاک باشد.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم فراابتکاری، کلاس بافتی خاک، مدل ون‌گنوختن، مدل بروکز-کوری

نوع مقاله: پژوهشی

*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: abbaskhashei@birjand.ac.ir

استناد: خاشعی سیوکی، عباس، اطمینان، سمانه، شهیدی، علی، پوررضا بیلندی، محسن، و جلالی، وحیدرضا (۱۴۰۳). بررسی عملکرد الگوریتم تکامل تفاضلی در برآورد پارامترهای هیدرولیکی خاک، *مدل سازی و مدیریت آب و خاک*، ۴(۱)، ۳۶-۵۱.

DOI: 10.22098/mmws.2023.12101.1202

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۰/۲۰، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۱۱/۰۹، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۱/۱۳، تاریخ انتشار: ۱۴۰۱/۱۱/۱۳

مدل سازی و مدیریت آب و خاک، سال ۱۴۰۳، دوره ۴، شماره ۱، صفحه ۳۶ تا ۵۱

© نویسندگان

ناشر: دانشگاه محقق اردبیلی



۱- مقدمه

رطوبت خاک به‌عنوان یک عامل اصلی در چرخه هیدرولوژیکی شناخته شده است. این پارامتر متأثر از کنش و واکنش نیمرخ خاک (فرآیندهای شیمیایی و فیزیکی خاک)، سطح پوشش گیاهی، تبخیر-تعرق، بارندگی و روش آبیاری است. از این‌رو، نقش مهمی در کنترل فعالیت‌های محیط زیستی، تبادل انرژی بین خاک-اتمسفر و پایش خشک‌سالی کشاورزی دارد (Kumar et al., 2018; Moazen-zadeh et al., 2022). رطوبت خاک مهم‌ترین عامل اثرگذار در توسعه مدیریت کشاورزی پایدار است (Tao et al., 2018). زیرا با تعیین وضعیت دقیق رطوبت خاک در سطح مزارع می‌توان مدیریت صحیح و کاربردی در سیستم‌های آبیاری، افزایش بهره‌وری آب، برنامه‌ریزی دقیق آبیاری در مراحل رشد گیاه، افزایش عملکرد در واحد سطح و صرفه‌جویی در هزینه‌ها اعمال نمود (Kang et al., 2018; Holzman et al., 2017). با توجه به اهمیت و کاربرد این پارامتر، روش‌های مستقیم و غیرمستقیم برای تعیین آن توسعه یافته است که می‌توان به روش اندازه‌گیری با استفاده از TDR، داده‌های حاصل از مشاهدات سنجش از راه دور، روش‌های غیرمستقیم از جمله مدل‌های ریاضی، هیدرولیکی، هیدرولوژیکی و توابع انتقالی مختلف که بر اساس داده‌های آسان خاک به‌دست می‌آید، اشاره نمود. روش‌های اندازه‌گیری که در حقیقت روش‌های درجا هستند. علاوه بر هزینه‌بر بودن، فقط بیان‌گر اطلاعات یک نقطه از خاک است و برای بررسی در خاک‌های غیرهمگن و در سطح مزرعه غیرکاربردی است (Ojha et al., 2014). روش سنجش از دور نیز فقط می‌تواند به بررسی روند تغییرات رطوبت در چند سانتی‌متری سطح خاک بپردازد (Tavakoli and De Smedt, 2013). از این‌رو، برای بررسی رطوبت خاک و نقش آن در فرآیندهای مختلف، روش غیرمستقیم مورد توجه پژوهش‌گران قرار گرفته است. یکی از شاخص‌های کاربردی در مطالعه رطوبت خاک که حاصل مدل‌سازی جامعه‌ای از رطوبت اندازه‌گیری شده تحت دامنه وسیعی از مکش خاک است، منحنی رطوبتی خاک است. اطلاعات حاصل از این شاخص علاوه بر این‌که در تعیین نقطه ظرفیت زراعی و پژمردگی خاک کاربردی است. در شبیه‌سازی فرآیندهای منطقه ریزوسفر از قبیل دامنه آب قابل‌دسترس گیاه، تعیین سطح مرزی فرآیندهای نفوذ آب در خاک، تبخیر-تعرق و روند انتقال املاح در خاک نیز مؤثر است (Baram et al., 2016; Sreelash et al., 2017; Van Lier et al., 2019).

رابطه‌نمایی بین رطوبت و مکش خاک را منحنی رطوبتی خاک گویند. برای توصیف این رابطه ریاضی غیرخطی مدل‌های

مختلفی ارائه شده است که می‌توان به مدل بروکر-کوری^۱ (BC) (Brooks and Corey, 1964)، مدل ون‌گنوختن^۲ (vG) (Van Genuchten, 1980)، مدل گاردنر (Gardner et al., 1970) و مدل روسی و نیمو (Rossi and Nimmo, 1994) اشاره نمود. از بین این مدل‌ها، مدل ون‌گنوختن کاربرد گسترده‌ای دارد. زیرا این مدل به‌خوبی توانسته است به تشریح منحنی رطوبتی خاک در دامنه وسیعی از کلاس‌های بافتی خاک بپردازد (Wang et al., 2020). این مدل یک رابطه غیرخطی شامل یکسری پارامترها (Θ_r): رطوبت باقی‌مانده خاک، Θ_s : رطوبت اشباع خاک، α : نقطه عکس مکش ماتریک ورود هوا و n که مرتبط با توزیع اندازه خلل و فرج خاک) است. روش‌های گوناگونی برای حل معادلات چندمتغیره به کار گرفته شده است که در زمینه برآورد پارامترهای منحنی رطوبتی خاک می‌توان به توابع انتقالی (Vereecken et al., 1989). Schaap et al. (1998)، Rawls and Pachepsky (2001)، Pachepsky et al. (2002)، Pachepsky and Rawls (2004)، al. (2006) RETC و Rosetta را ذکر نمود. در همه این توابع انتقالی از روابط رگرسیونی، شبکه عصبی و الگوریتم محلی بر اساس ویژگی‌های زودیافت خاک و یا اندازه‌گیری رطوبت خاک در مکش‌های مختلف به برآورد پارامترهای مدل‌های هیدرولیکی منحنی رطوبتی خاک پرداخته‌اند.

پرکاربردترین این روش‌ها نرم‌افزار RETC است که از روش غیرخطی حداقل مربعات^۳ (NLS) به‌عنوان الگوریتم بهینه‌ساز محلی بهره برده‌اند (Van Genuchten et al., 1991). این الگوریتم بر پایه حداقل اختلاف بین رطوبت اندازه‌گیری شده و شبیه‌سازی شده پارامترهای هیدرولیکی خاک را برآورد می‌کند. علی‌رغم کاربردی بودن RETC، اما نمی‌تواند سبب همگرایی در مسیر تعیین مقدار بهینه برای هر پارامتر شود. از سوی دیگر، میزان دقت این الگوریتم متأثر از تعداد نقاط رطوبتی اندازه‌گیری شده در سطح آزمایشگاه است. الگوریتم‌های محلی قادر به کاهش خطای کاربر و کنترل شرایط آزمایشگاهی در فرآیند بهینه‌سازی نیستند. از آنجایی که مقدار پارامتر برآورد شده طی کاربرد RETC حاصل برازش از داده‌های آزمایشگاهی است پس درصد اطمینان حاصل از نتایج پایین است. به‌ویژه در زمانی که با تعداد معدودی از نقطه‌های رطوبتی به برازش پارامترهای هیدرولیکی خاک می‌پردازد. هم‌چنین، الگوریتم‌های محلی قادر به برآورد عدم قطعیت مدل است نیست (Yan et al., 2017; Etminan et al., 2021a).

¹ Brooks-Cory

² Van Genuchten (VG)

³ Nonlinear least square (NLS)

پژوهش‌های Ramadas and Abraham (2022) و Emamgholizadeh et al. (2023) اشاره نمود. الگوریتم تکامل دیفرانسیل یا الگوریتم تکاملی تفاضلی (DE) اولین بار توسط Storn (1995) معرفی شد. در جهت رفع معایب الگوریتم ژنتیک و تکمیل آن ارائه شده است. تفاوت اصلی بین الگوریتم ژنتیک و الگوریتم DE در عملکرد انتخاب است. در اپراتور انتخاب الگوریتم ژنتیک، شانس انتخاب یک جواب به‌عنوان یکی از والدین وابسته به مقدار شایستگی آن است، اما در الگوریتم DE همه جواب‌ها دارای شانس مساوی جهت انتخاب شدن است. در این الگوریتم در مقایسه با روش‌های حل معادلات حقیقی نیازی به گرادین یا شیب تابع نیست. در نتیجه با استفاده از این الگوریتم، بدون وجود هر گونه اطلاعاتی در مورد نوع تابع می‌توان به محاسبه یک پاسخ نسبتاً بهینه برای انواع توابع چند بعدی پیوسته/غیرپیوسته، متغیر زمانی و نامنظم امیدوار بود.

با توجه به اهمیت کاربردی و تحلیلی منحنی رطوبتی خاک در ارزیابی مدل‌های آب و خاک و اخذ تصمیمات مدیریتی در جهت حفظ منابع و کشاورزی پایدار، ارائه یک روش سریع و کارآمد در برآورد پارامترهای هیدرولیکی خاک امری ضروری و اجتناب‌ناپذیر است. از این‌رو، در پژوهش حاضر این فرضیه مطرح شد که آیا مفاهیم به‌کار رفته در الگوریتم DE توانایی لازم را برای برآورد پارامترهای هیدرولیکی خاک با توجه به ساختار غیرخطی دو مدل ون‌گونختن و بروکز-کوری و تأثیرپذیری پارامترها از یک‌دیگر تحت شرایط مختلف محیطی و مدیریتی را دارد. از سوی دیگر، این الگوریتم نسبت به الگوریتم PSO که قابلیت خود را در حل مسائل آب و خاک اثبات نموده است چه قدر کارایی‌تر است و آیا مانند الگوریتم PSO می‌تواند یک راه‌حل مناسب در حل مسائل پیچیده و غیرخطی آب و خاک در نظر گرفته شود. برای این منظور در پژوهش حاضر به ارزیابی عملکرد این الگوریتم در برآورد پارامترهای منحنی رطوبتی خاک در چهار کلاس بافتی خاک (لوم شنی، لوم سیلتی، لوم رسی شنی و لوم) پرداخته شد. برای مقایسه عملکرد الگوریتم‌های فراابتکار نسبت به الگوریتم محلی به‌کار رفته در نرم‌افزار RETC، نتایج حاصل از الگوریتم‌های فراابتکار با نتایج حاصل از RETC مقایسه شد. همچنین، نتایج عملکرد این الگوریتم نسبت به کارایی الگوریتم PSO از طریق شاخص‌های آماری و نمودارهای منحنی رطوبتی حاصل ارزیابی شد.

بافتی مقدار هر یک از پارامترهای منحنی رطوبتی خاک در یک دامنه متفاوت نسبت به کلاس بافتی دیگر در حال نوسان است که باید در فرآیند برآورد پارامترهای منحنی مدل تحت هر مدل در نظر گرفته شود. این پارامترها، به‌عنوان یک پارامتر مستقل عمل نمی‌کنند و متأثر از یک‌دیگر شرایط محیطی و مدیریتی است. ارائه توزیع دامنه اولیه از هر پارامتر در هر کلاس بافتی خاک امکان‌پذیر نیست (Wang et al., 2018).

در مقابل الگوریتم بهینه‌ساز NLS، الگوریتم‌های فراابتکار^۱ قرار دارند. این الگوریتم‌ها بدون نیاز دقیق به توزیع اولیه پارامترها قادرند در فرآیند جست و جوی بهترین مقدار برای هر پارامتر به همگرایی برسند. زیرا در این الگوریتم‌ها مسئله به دام محلی افتادن حل شده است پس نیاز به تعیین دامنه دقیقی از توزیع رطوبت خاک در هر کلاس بافتی برای برآورد پارامترهای منحنی رطوبتی تحت هر مدل در هر کلاس بافتی است. بنابراین، انتظار می‌رود الگوریتم‌های فراابتکاری عملکرد بهتری در برآورد پارامترهای منحنی رطوبتی خاک داشته باشند (Maggi, 2017). از الگوریتم‌های فراابتکاری که طی دهه اخیر مورد توجه پژوهش‌گران قرار گرفته با هدف برآورد پارامترهای مدل منحنی رطوبتی خاک، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات^۲ (PSO) است. نتایج پژوهش Brunetti et al., Du et al. (2012) و al. (2016) Li et al. (2018) و Azad et al. (2018) بیان‌گر کارایی الگوریتم PSO نسبت به نرم‌افزار RETC طراحی شده به‌منظور برآورد پارامترهای منحنی رطوبتی خاک تحت شرایط گوناگون مدیریتی، میدانی و آزمایشگاهی است. الگوریتم PSO یکی از روش‌های بهینه‌سازی است که در دهه اخیر در پژوهش‌های آب و خاک مورد توجه قرار گرفته است (Mehdinejadani and Fathi, 2020; Maroufi and Mehdinejadani, 2021). نتایج حاصل از این پژوهش‌ها بیان‌گر قابلیت کاربرد الگوریتم فراابتکاری در حل مسائل آب و خاک که دارای مفاهیم محیطی، فیزیکی و ریاضی پیچیده‌ای هستند. در پژوهشی، Wang et al. (2018) بیان نمودند علت کارآمد بودن الگوریتم‌های فراابتکاری در حل مسائل آب و خاک، مفاهیم به‌کار رفته در طراحی الگوریتم و نوع رابطه مؤثر بین پارامترهای آن که نقش مؤثری در فرآیند جست و جوی الگوریتم دارند. از دیگر الگوریتم‌های فراابتکاری می‌توان به الگوریتم تکاملی تفاضلی^۳ (DE) اشاره نمود که توانایی خوبی در بهینه‌سازی مسائل در فضاهای پیوسته دارد. از کاربرد الگوریتم DE در مطالعات آب و خاک می‌توان به

¹ Meta-heuristic algorithm

² Particle swarm optimization (PSO)

³ Differential evolution algorithm (DE)

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- منطقه مورد مطالعه

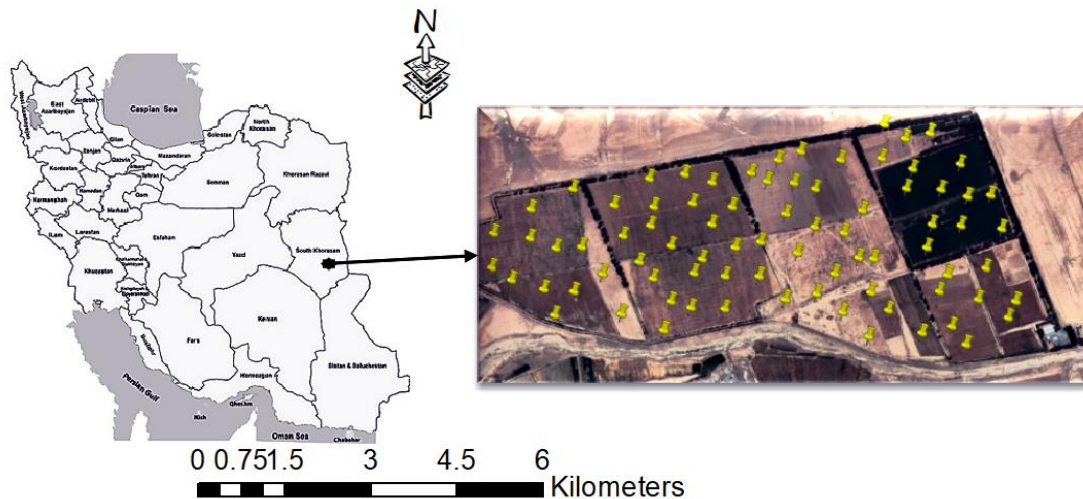
در این پژوهش، چهار کلاس بافتی خاک شامل لوم شنی، لوم سیلتی، لوم رسی شنی و لوم برای مطالعه انتخاب شد (جدول ۱). بخشی از داده‌های اندازه‌گیری در شرایط غیراشباع خاک از پایگاه داده‌های Unsoda و بخشی دیگر از مزرعه دانشگاه بیرجند (32°53' N, 55°13' E) جمع‌آوری شد. از سطح

مزرعه دانشگاه به‌طور تصادفی در هر کلاس بافتی خاک ۲۰ نقطه انتخاب و نمونه‌برداری صورت گرفت (شکل ۱). مزرعه مورد مطالعه در پنج کیلومتری غرب شهرستان بیرجند، خراسان جنوبی قرار دارد. شهرستان بیرجند دارای اقلیم خشک و نیمه‌خشک، با ارتفاع ۱۴۸۰ متر از سطح دریا دارای ۱۷۱ میلی‌متر بارش سالانه و در ۱۴۲ روز از سال دارای دمای بالاتر از ۳۰ درجه سانتی‌گراد است.

جدول ۱- ویژگی‌های فیزیکی از بافت‌های مختلف خاک

Table 1- The physical properties of different soil textures

مکان‌ها	تعداد نمونه	تخلخل خاک (درصد)	وزن مخصوص ظاهری (گرم در سانتی‌متر مربع)	توزیع اندازه ذرات خاک (درصد)			کلاس بافت خاک
				رس	سیلت	شن	
Blackville, SC, Iran	100	38	1.61	25	22	53	لوم رس شنی
Watkinsville, GA, Iran	90	33	1.72	17	6	77	لوم شنی
Iran, USA	100	47	1.37	21	46	33	لوم
Ohlendorf, Hannover, Iran	80	44	1.45	21	58	21	سیلت لوم



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه و نقاط نمونه‌برداری

Figure 1- Geographical location of area study and soil samples

ذرات خاک مرتبط بوده و مقدار آن، شیب منحنی رطوبتی خاک را کنترل می‌کند. Ψ مکش اعمال شده بر نمونه مورد مطالعه است. لازم به ذکر است برای دست‌یابی به یک منحنی رطوبتی قابل‌قبول تحت شرایطی که $0 \leq S \leq 1$ است و باید $n \geq 1$ در مدل ون‌گنوختن باشد. پارامترهای α ، n و Θ_s (رطوبت اشباع خاک) دارای مقادیری نامعین است.

۲-۳- مدل بروکز-کوری (BC)

مدل Brooks and Corey (1964) طبق رابطه (۲) که در آن λ شاخص توزیع منافذ خاک است، می‌باشد ($\lambda > 0$).

$$\theta(\psi) = \begin{cases} \theta_r + (\theta_s - \theta_r) & \text{for } \psi \leq \psi_e \\ \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{\psi_e}{|\psi|} \right)^\lambda & \text{for } \psi > \psi_e \end{cases} \quad (2)$$

۲-۲- مدل ون‌گنوختن (vG)

مدل ون‌گنوختن (vG) برای تعیین پارامترهای مورد نظر استفاده می‌شود و بیان ریاضی این مدل طبق رابطه (۱) است:

$$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) S = \frac{1}{[1 + (\alpha \cdot \psi)^n]^m} \quad (1)$$

$$m = 1 - 1/n$$

Θ_s و Θ_r به ترتیب مقدار آب باقی‌مانده و آب اشباع شده است. S درجه اشباع مؤثر خاک که بین صفر و یک متغیر است، α ، n و m پارامترهای برازش‌دهنده منحنی رطوبتی خاک که دارای مقادیر غیرمنفی هستند. α یک پارامتر تجربی که رابطه عکس با مکش نقطه ورود هوا (ψ_e) دارد. n با توزیع اندازه

$$G_n = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gn}) \quad (۸)$$

$$g = \min_{1 \leq i \leq n} [f(P_i)] \quad (۹)$$

در روابط بالا، v بردار تغییر مکان، x موقعیت فعلی ذره λ ام، N بیان‌گر تعداد تکرار، w ضریب وزن‌دهی، c_1 و c_2 ضریب‌های ثابت شتاب که در اندازه گام تأثیر دارند. مقدار انتخابی ضرایب ثابت شتاب در تعیین مقدار بهینه هر ذره نقش دارد (جدول ۲). مقدار این ضرایب بر اساس اطلاعات موجود درباره ذره λ ام تعیین می‌شود. r_1 و r_2 به ترتیب اعداد تصادفی است که در بازه بین صفر و یک تعیین می‌شوند. P_i بهترین موقعیت حاصل توسط ذره i^{th} و G_n بهترین موقعیت، بهترین ذره در کل جمعیت ذراتی است که بدین شکل بیان می‌شوند: f بیان‌گر تابع هدف است و g موقعیت ذره زمانی که مقدار تابع هدف کم‌ترین مقدار است (رابطه ۹). پارامترهای مورد نیاز این الگوریتم برای بهینه‌سازی به‌طور تصادفی و بر اساس بهترین مقدار شاخص آماری بر پایه عملکرد انتخاب شد (جدول ۲).

۲-۴- الگوریتم بهینه‌ازدحام ذرات PSO

اساس PSO، شبیه‌سازی یکی رفتار دسته‌جمعی است که از آن برای جهت حرکت و مسیر حرکت پرندگان و ماهیان استفاده می‌شود. همچنین، در این الگوریتم مفاهیم سرعت انطباق نزدیک‌ترین همسایه و شتاب حرکت نیز وارد شده است. اگر یک مسئله q بعدی را برای k ذرات بهینه‌سازی کنیم، موقعیت و بردار سرعت ذره i^{th} را می‌توان بدین‌صورت شرح داد (Eberhart and Kennedy, 1995):

$$x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iq}) \quad (۳)$$

$$v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iq}) \quad (۴)$$

به‌روزرسانی موقعیت و بردارهای سرعت ذره i^{th} را می‌توان بدین‌صورت بیان نمود:

$$v_{iq}^{N+1} = \omega v_{iq}^N + c_1 r_1 (P_{iq}^N - x_{iq}^N) + c_2 r_2 (G_q^N - x_{iq}^N) \quad (۵)$$

$$x_{iq}^{N+1} = x_{iq}^N + v_{iq}^N \quad (۶)$$

$$P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in}) \quad (۷)$$

جدول ۲- پارامترهای الگوریتم PSO در فرآیند بهینه‌سازی مدل‌های vG و BC

Table 2- the parameters of the PSO algorithm in optimization vG and BC models

c_2	c_1	w	m	کلاس بافتی
(BC) 1.49-(vG) 1.49	(BC) 1.54-(vG) 1.54	(BC) 0.75-(vG) 0.74	(BC) 200-(vG) 300	لوم رس شنی
(BC) 1.49-(vG) 1.49	(BC) 1.54-(vG) 1.54	(BC) 0.75-(vG) 0.74	(BC) 250-(vG) 100	لوم شنی
(BC) 1.49-(vG) 1.49	(BC) 1.54-(vG) 1.54	(BC) 0.75-(vG) 0.74	(BC) 100-(vG) 100	لوم
(BC) 1.49-(vG) 1.49	(BC) 1.54-(vG) 1.54	(BC) 0.75-(vG) 0.74	(BC) 150-(vG) 300	سیلت لوم

بدین‌ترتیب تفاوت بردار ۲ و ۳ در ضریب F (ضریب مقیاس است که بین صفر و دو تغییر می‌کند) با بردار یک جمع می‌شود.

$$Y_{(l,G)} = P_{l,k} + F \times (P_{2,k} - P_{3,k}) \quad (۱۱)$$

گام سوم، عملگر بازترکیبی: در این گام با استفاده از رابطه (۱۲)، از اعضا بردار والد (P_k) و بردار جهش‌یافته ($Y_{(l,G)}$) با اعمال پارامتر احتمال (C_r) (بین صفر و یک تغییر می‌کند)، ماتریس بردار سنجش (U_k) ایجاد می‌شود.

$$U_{l,k} = \begin{cases} Y_{l,G} & \text{if } \text{rand}_{l,k} \leq C_r \text{ or } l = L_D \\ P_{l,k} & \text{if } \text{rand}_{l,k} > C_r \text{ or } l \neq L_D \end{cases} \quad (۱۲)$$

$L_D \in [1, 2, \dots, D]$ یک عدد صحیح تصادفی است. طبق رابطه فوق، هر عضوی از بردار جهش‌یافته در صورت دارا بودن شرط لازم عضو بردار کاندید در غیر این‌صورت، در بردار والد قرار خواهد گرفت.

گام چهارم، انتخاب: بردار سنجش و بردار والد هر دو بر اساس تابع هدف تعریف شده برای مسئله مورد نظر ارزیابی می‌شوند. اگر بردار سنجش بر اساس تابع هدف تعریف شده نسبت به بردار والد عملکرد بهتری داشته باشد، بردار سنجش به‌عنوان عضوی از نسل جدید انتخاب می‌شود. در غیر این‌صورت، بردار والد خود جمعیتی از نسل جدید خواهد شد.

۲-۵- الگوریتم تکاملی تفاضلی DE

روند تکامل در این الگوریتم مبتنی بر ایجاد بهبود تدریجی و مستمر در حدس اولیه (پاسخ کاندید) بوده و طبق اصول تمامی الگوریتم‌های رده تکاملی، به یک تابع برازندگی جهت مقایسه پاسخ‌ها نیاز دارند. مراحل الگوریتم به‌صورت زیر است:

گام اول، عملگر ارزش‌دهی: دامنه تغییرات پارامترها را تعیین و به‌صورت تصادفی با توزیع یکنواخت، یک جامعه تصادفی از پارامترها در قالب بردار والد (P_k) در ابعاد D تولید می‌شود. استفاده از توزیع یکنواخت باعث پراکندگی یکسان جمعیت در فضای جست و جو می‌شود که موجب همگرایی در رسیدن به جواب بهینه می‌شود. هر عضو بردار ($k=1, \dots, P$) and ($l=1, \dots, D$) (P_i, k) (where $l=1, \dots, D$) بر اساس رابطه (۱۰) محاسبه و از جامعه حاصل سه بردار به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شود.

$$p_{l,k} = p_l^{\min} + \text{rand}_{l,k}(p_l^{\max} - p_l^{\min}) \quad (۱۰)$$

در این رابطه، p_l^{\max} و p_l^{\min} بیان‌گر حداقل و حداکثر دامنه تغییرات هر بردار و $\text{rand}_{l,k}$ یک عدد تصادفی بین صفر و یک است.

گام دوم، عملگر جهش: در این گام با استفاده از رابطه (۱۱) به تولید بردار جهش‌یافته ($Y_{(l,G)}$) در جامعه پرداخته می‌شود.

جدید تولید (U_k) شود که این مراحل تکرار شد تا بهترین بردار (P^{best}) حاصل شد.

بهترین بردار حاصل حداقل شدن تابع هدف مورد نظر و بهترین منحنی رطوبتی تطبیق یافته از بهترین مجموعه پارامترهای ارائه شده برای مجموعه داده‌های رطوبتی در هر مدل است. برای به دست آوردن بهترین بردار، دامنه توزیع هر پارامتر نیاز است که در جدول ۳ برای هر دو مدل مورد مطالعه ارائه شده است. دامنه تغییرات پارامترها در جدول ۳ بر اساس پژوهش‌های Wang et al. و Yan et al. (2017) و فرآیند بهینه‌سازی دو مدل ون‌گونختن (2018) انتخاب شده‌اند. در فرآیند بهینه‌سازی دو مدل ون‌گونختن (vG) و بروکز-کوری (BC) با استفاده از الگوریتم تفاضلی (DE) نیاز به تعیین مقدار مناسب برای دو پارامتر C_r و F است. همچنین، جمعیت (N) و نسل تولیدی (G) نیز از دیگر عوامل مؤثر در کارایی الگوریتم مورد نظر است. بدین منظور مقادیری تصادفی برای هر یک از عوامل مؤثر انتخاب شد و بر اساس مقدار مجذور میانگین مربعات خطا (Root mean square error= RMSE) حاصل در برآورد پارامترهای منحنی رطوبتی برای هر مدل بهترین مقدار برای هر یک از عوامل انتخاب شد (جدول ۴). نتایج به دست آمده از جدول ۴ به عنوان عوامل مؤثر در کارایی الگوریتم DE در مطالعه بهینه‌سازی هر کدام از مدل‌های مورد مطالعه تحت هر چهار کلاس بافتی مورد استفاده قرار گرفت.

$$\hat{P}_k = \begin{cases} \hat{P}_k & \text{if } f(P_k) \leq f(U_k) \\ U_k & \text{if } f(P_k) > f(U_k) \end{cases} \quad (13)$$

گام پنجم، تولید نسل جدید: سه گام قبلی تکرار و ادامه دارد تا جمعیت جامعه جدید (\hat{P}_k) برابر با جمعیت والد (P_k) شود.

۶-۲- بهینه‌سازی مدل ون‌گونختن و بروکز-کوری

در گام نخست برای بهینه‌سازی هر دو مدل یک تابع هدف تعریف شد (رابطه ۱۴). این تابع هدف بر پایه نقاط رطوبتی اندازه‌گیری شده در دامنه مکش صفر تا ۱۵۰۰۰ سانتی‌متر آب با استفاده از جعبه شن و دستگاه صفحه فشاری، تعریف شده است.

$$\text{Min } f(p) = \frac{\sum_{i=1}^n [\theta_i^o(\psi_i^o) - \theta_i^c(\psi_i^c)]^2}{\sum_{i=1}^n [\theta_i^o(\psi_i^o)]^2} \quad (14)$$

θ_i^c و θ_i^o به ترتیب رطوبت اندازه‌گیری شده و شبیه‌سازی شده در دامنه مکش (n)، ψ_i^o و ψ_i^c نیز به ترتیب مکش اعمال شده در فرآیند اندازه‌گیری و شبیه‌سازی است. P معرف بردار تنظیم شده در فرآیند بهینه‌سازی که شامل پارامترهای $\{\theta_r, \theta_s, \alpha, n\}$ برای مدل ون‌گونختن و پارامترهای $\{\theta_r, \theta_s, \psi_e, \lambda\}$ برای مدل بروکز-کوری است. سپس با در نظر گرفتن نقاط اندازه‌گیری شده (θ_i^o و ψ_i^o) یک جامعه تصادفی از بردار پارامترها به عنوان والد (P_k) تولید می‌شود. بر پایه گام‌های دوم و سوم الگوریتم تفاضلی، بردار والد با استفاده از روابط ریاضی، جهش یافته و باز ترکیب می‌شود تا بردار

جدول ۳- حد بالا و پایین پارامترهای مورد نیاز دو مدل vG و BC در فرآیند بهینه‌سازی

Table 3- Upper and Lower Limits of required parameters in optimization vG and BC models

ψ_e	(n and λ (-))	α (1. cm ⁻¹)	θ_s (cm ³ . cm ⁻³)	θ_r (cm ³ . cm ⁻³)	کلاس بافتی
>1	>1	<1	0-1	0-1	لوم رس شنی
>1	>1	<1	0-1	0-1	لوم شنی
>1	>1	<1	0-1	0-1	لوم
>1	>1	<1	0-1	0-1	سیلت لوم

جدول ۴- پارامترهای الگوریتم DE در فرآیند بهینه‌سازی مدل vG و BC

Table 4- The parameters of the DE algorithm in optimization vG and BC models

C_r	F	G	N	کلاس بافتی
(BC) 0.3 -(vG) 0.3	(BC) 0.4 -(vG) 0.5	(BC) 200-(vG) 100	(BC) 100 -(vG) 200	لوم رس شنی
(BC) 0.3 -(vG) 0.8	(BC) 0.4 -(vG) 0.6	(BC) 200 -(vG) 50	(BC) 100-(vG) 100	لوم شنی
(BC) 0.8 -(vG) 0.8	(BC) 0.6 -(vG) 0.4	(BC) 100 -(vG) 100	(BC) 200-(vG) 100	لوم
(BC) 0.8 -(vG) 0.3	(BC) 0.5 -(vG) 0.5	(BC) 200 -(vG) 200	(BC) 100 -(vG) 100	سیلت لوم

۷-۲- معیارهای ارزیابی

عملکرد الگوریتم‌های ابتکاری شامل PSO و DE و الگوریتم محلی (NLS) با دو شاخص‌های آماری مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE) و ضریب تبیین (R^2) مورد ارزیابی قرار گرفتند.

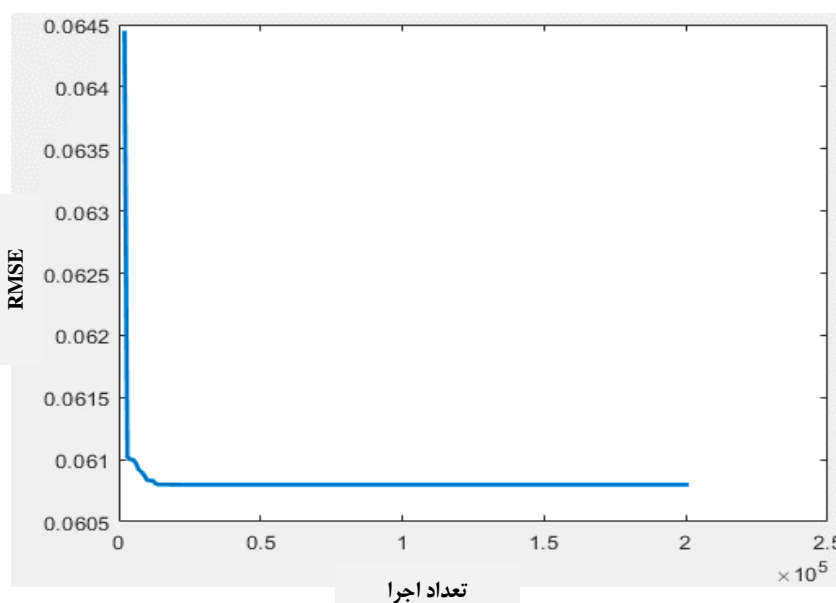
$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\theta_i^c - \theta_i^o]^2} \quad (15)$$

$$R^2 = \left(\frac{\sum_{i=1}^N (\theta_i^o - \bar{\theta}_i^o)(\theta_i^c - \bar{\theta}_i^c)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (\theta_i^o - \bar{\theta}_i^o)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (\theta_i^c - \bar{\theta}_i^c)^2}} \right)^2 \quad (16)$$

θ_i^o و θ_i^c به ترتیب رطوبت اندازه‌گیری شده و شبیه‌سازی شده و $\bar{\theta}_i^o$ و $\bar{\theta}_i^c$ میانگین رطوبت اندازه‌گیری شده و شبیه‌سازی شده است.

۳- نتایج و بحث

در کاربرد الگوریتم‌های بهینه‌ساز بحث، روند همگرایی و رسیدن به بهترین جواب بدون قرارگرفتن در دام محلی است که با توجه به شکل ۲ می‌توان بیان کرد که در کاربرد این نوع الگوریتم‌ها بحث قرارگرفتن در دام محلی وجود ندارد. زیرا نمودار اجرا مدل با توجه به شاخص عملکرد اطمینان مدل و حاصل کم‌ترین اختلاف بین مقدار رطوبت اندازه‌گیری شده و رطوبت شبیه‌سازی توسط پارامترهای برآورد شده برای هر یک از مدل‌های هیدرولیکی تحت الگوریتم بهینه‌ساز فراابتکار ترسیم می‌شود.



شکل ۲- نمودار همگرایی شاخصی از میزان اطمینان عملکرد الگوریتم

Figure 2 - Convergence graph, an indicator of the degree of reliability of the algorithm's performance

فاقد توانایی لازم در کاهش خطاهای آزمایشگاهی و کاربر است. در حالی که الگوریتم‌های فراابتکاری توانایی لازم برای کاهش عدم قطعیت حاصل از خطاهای آزمایشگاهی را دارد. از طرفی، در فضای وسیعی می‌تواند به جست و جوی بهترین مقدار برای هر پارامتر هیدرولیکی خاک بپردازد. با توجه به مقدار شاخص‌های آماری در جدول‌های ۵ و ۶ می‌توان گفت که الگوریتم DE با بیش‌ترین مقدار R^2 و کم‌ترین مقدار RMSE به‌ترتیب در کلاس‌های لوم رس شنی، لوم شنی، لوم و سیلت لوم دارای بهترین عملکرد را دارد. در حالی که بیش‌ترین مقدار RMSE در عملکرد RETC به‌دست آمد. با بررسی مقدار پارامترهای منحنی در جدول ۵ تفاوت‌های شایانی بین عملکرد الگوریتم فراابتکار و محلی مشاهده می‌شود.

بیش‌ترین مقدار پارامتر "n" برابر با ۲/۰۲ در کلاس بافتی سیلت لوم حاصل عملکرد RETC به‌دست آمد. در حالی که مقدار همین پارامتر در کلاس بافتی طی کاربرد الگوریتم DE برابر با ۱/۶۵ و در کاربرد الگوریتم PSO برابر با ۱/۸۲ حاصل

با استفاده از شاخص آماری R^2 و RMSE میزان عملکرد دو الگوریتم در بهینه‌سازی ارزیابی شد (جدول‌های ۵ و ۶). در اجرای نرم‌افزار RETC همین تعداد نقطه رطوبتی به‌کار گرفته شد. در واقع یکی از عوامل محدوده‌کننده در دقت کارایی نرم‌افزار RETC تعداد نقاط رطوبتی اندازه‌گیری شده به‌عنوان داده ورودی نرم‌افزار است. زیرا این نرم‌افزار دارای یک الگوریتم محلی است و قادر به رفع خطاهای کاربر و خطاهای موجود در شرایط آزمایشگاهی است و کاهش در تعداد نقاط رطوبتی سبب افزایش خطای نرم‌افزار و کاهش دقت آن در برآورد پارامترهای هیدرولیکی خاک می‌شود. نتایج پژوهش Yan et al. (2017) بیان‌گر عدم قطعیت بالای نرم‌افزار RETC در برآورد پارامترهای هیدرولیکی خاک با استفاده از دو مدل ون‌گنوختن و ون‌گنوختن معلم است. میزان خطای این نرم‌افزار در کلاس‌های بافتی سبک تحت شرایط آزمایشگاهی به‌خوبی نشان داده شده است. در حقیقت نرم‌افزار RETC علاوه‌بر مسئله افتادن در دام محلی،

شد. با توجه به کلاس بافتی سیلت لوم که در گروه خاک‌های متوسط قرار می‌گیرد. عملکرد RETC دور از انتظار است و نتایج حاصل بیان‌گر به دام افتادن در دام محلی طی کاربرد RETC است. زیرا این مقدار برای پارامتر n در کلاس‌های بافتی سبک قابل مشاهده است که در کلاس بافتی لوم شنی که بافت شنی غالب است و دارای درصد بالای از شن درشت هستند و این کلاس بافتی در گروه خاک‌های سبک (شنی) قرار می‌گیرد. نه در کلاس بافتی متوسط که نحوه توزیع اندازه ذرات در دامنه ذرات متوسط قرار دارد و به تبع نوع توزیع اندازه ذرات در این کلاس بافتی در حد متوسط نه در حد شن درشت است. در کل می‌توان بیان نمود نوع ویژگی‌های فیزیکی نقش مؤثر در مقدار پارامترهای هیدرولیکی خاک دارد. مقدار رطوبت اشباع و نقطه ورود هوا بر پایه عملکرد RETC برابر با $0/39$ و $0/17$ و طی عملکرد الگوریتم DE برابر با $0/331$ و $0/38$ و عملکرد PSO برابر با $0/351$ و $0/88$ به دست آمد که بر اساس غالبیت بافت شنی در این کلاس بافتی می‌توان بیان نمود که الگوریتم DE نسبت به RETC بهتر توانسته نقطه ورود هوا را در این کلاس تعیین کند. در خاک‌هایی با بافت شنی غالب بر اساس فضای خلل و فرج انتظار می‌رود که نقطه ورود هوا با مکش کم‌تری به دست آید. همچنین، خاک‌های شنی نسبت به خاک‌هایی با بافت متوسط و ریز رطوبت کم‌تری در خود نگه می‌دارند. زیرا از خلل و فرج ریز کم‌تری برخوردارند و زمانی که تحت مکش قرار دارند مقدار رطوبت در خلل و فرج موجود در خاک بافت سبک

سریع تخلیه می‌شود. در حالی که در کلاس‌های بافت متوسط و سنگین که از خلل و فرج ریز برخوردارند رطوبت با مکش بیش‌تری در خود ذخیره نموده و حجم رطوبت اشباع در این کلاس‌های بافتی به دلیل توزیع خلل و فرج ریز تا متوسط در کلاس‌های بافتی سنگین و متوسط بیش‌تر از کلاس‌های بافتی سبک است. بر اساس جدول ۵ می‌توان بیان نمود که نقطه ورود هوا بر اساس عملکرد الگوریتم DE در مکش $26/31$ سانتی‌متر آب و طی عملکرد RETC در مکش $58/82$ سانتی‌متر آب حاصل شده است. در بافت لوم رس شنی که در گروه خاک‌های متوسط قرار می‌گیرد، نقطه ورود هوا با استفاده از RETC عدد بزرگ‌تری نسبت به دو الگوریتم فراابتکار نشان می‌دهد. از طرفی با توجه به جدول ۱، تخلخل کل برای کلاس بافتی لوم شنی و کلاس بافتی لوم به ترتیب 33 و 44 تعیین شد که با توجه به تخلخل حاصل در جدول ۱، مقدار رطوبت اشباع تخمین زده شده توسط RETC برای این دو کلاس بافتی دور از انتظار است. برای خاک لوم و سیلت لوم مقدار پارامتر n در حد کلاس‌های بافتی سبک به دست آمده است. تخلخل بزرگ در خاک‌های بافتی سبک با ذرات درشت مشاهده می‌شود. در حالی که نتایج حاصل در جدول ۱ نشان می‌دهد که RETC برای دو بافت لوم و سیلت لوم مقادیری برای توزیع اندازه خلل و فرج خاک ارائه می‌دهد که با توجه به نوع اندازه ذرات این دو کلاس بافتی بر اساس نتایج آزمایشگاهی غیر قابل انتظار است.

جدول ۵- برآورد پارامترهای مدل vG با استفاده از الگوریتم فراابتکاری و RETC

Table 5-Estimating parameters of vG model using Meta-Heuristic Algorithm and RETC

شاخص آماری		پارامترهای مدل vG				روش	کلاس بافتی
R ²	RMSE	n (-)	$\alpha (1. \text{cm}^{-1})$	$\theta_s (\text{cm}^3. \text{cm}^{-3})$	$\theta_r (\text{cm}^3. \text{cm}^{-3})$		
0.995	0.0008	1.16	0.0013	0.355	0.0331	DE	لوم رس شنی
0.990	0.0021	1.24	0.0021	0.351	0.0342	PSO	
0.912	0.017	1.36	0.0074	0.346	0.0312	RETC	
0.996	0.0005	1.21	0.038	0.331	0.0003	DE	لوم شنی
0.963	0.006	1.1	0.088	0.351	0.0003	PSO	
0.92	0.01	1.34	0.017	0.39	0.0004	RETC	
0.994	0.0004	1.13	0.005	0.342	0.0008	DE	لوم
0.991	0.0057	1.15	0.07	0.375	0.0009	PSO	
0.972	0.085	1.48	0.01	0.54	0.006	RETC	
0.994	0.0006	1.65	0.0006	0.45	0.019	DE	سیلت لوم
0.992	0.006	1.82	0.0004	0.42	0.018	PSO	
0.924	0.01	2.02	0.021	0.38	0.057	RETC	

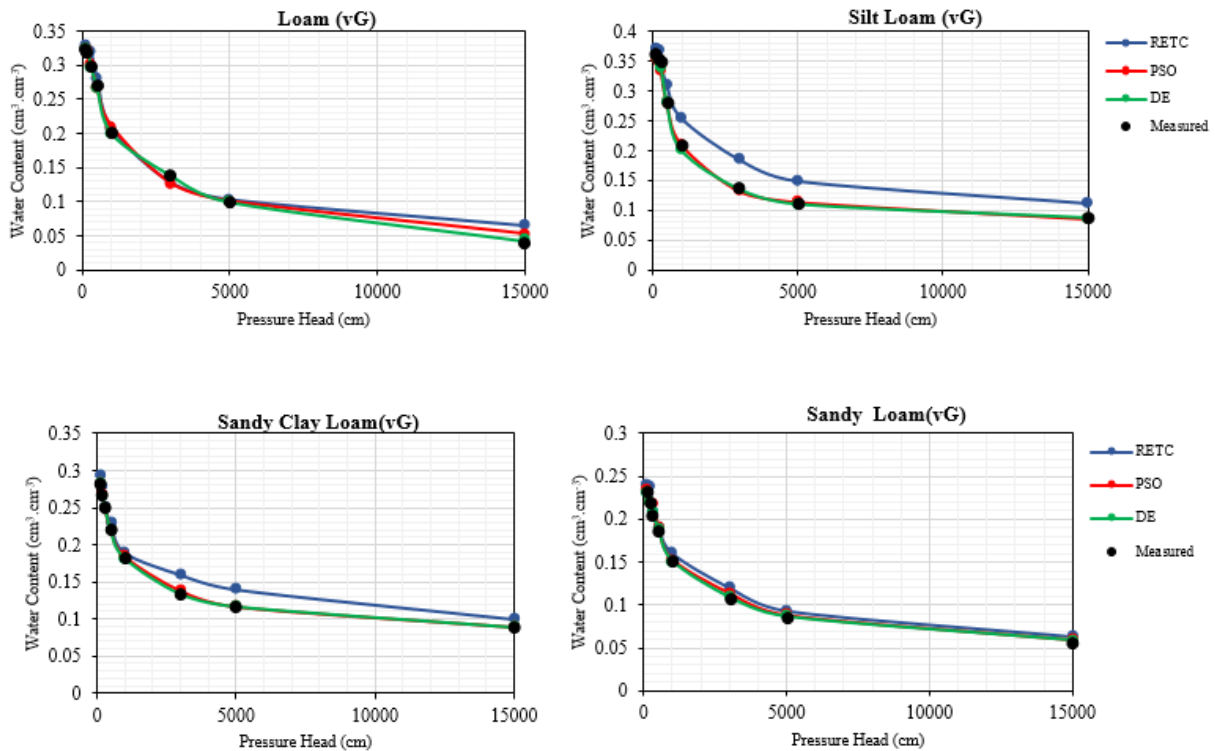
جدول ۶- برآورد پارامترهای مدل BC با استفاده از الگوریتم فراابتکاری و RETC

Table 6-Estimating parameters of BC model using Meta-Heuristic Algorithm and RETC

شاخص آماری	پارامترهای مدل vG					روش	کلاس بافتی
	R ²	RMSE	n (-)	$\alpha(1. cm^{-1})$	$\theta_s (cm^3. cm^{-3})$		
	0.985	0.006	1.26	57.813	0.275	0.0111	DE
	0.982	0.007	1.28	57.621	0.281	0.0122	PSO
	0.905	0.077	1.41	55.174	0.296	0.0142	RETC
	0.976	0.006	1.32	47.689	0.231	0.0006	DE
	0.937	0.008	1.33	47.894	0.235	0.0007	PSO
	0.916	0.05	1.54	46.345	0.237	0.0008	RETC
	0.987	0.005	1.43	78.875	0.322	0.0005	DE
	0.978	0.006	1.45	78.376	0.325	0.0005	PSO
	0.969	0.08	1.68	76.711	0.344	0.0007	RETC
	0.991	0.0005	1.45	77.546	0.341	0.002	DE
	0.988	0.0006	1.51	77.344	0.347	0.002	PSO
	0.904	0.06	1.71	75.028	0.362	0.008	RETC

پارامترهای مدل BC پرداخت و میزان تطبیق یافتن نمودار منحنی رطوبتی خاک با نقاط رطوبتی خاک بررسی نمود. مقدار RMSE حاصل عملکرد DE برابر با ۰/۰۰۶، ۰/۰۰۵ و ۰/۰۰۵، مقدار RMSE حاصل عملکرد PSO برابر با ۰/۰۰۷، ۰/۰۰۸، ۰/۰۰۶ و ۰/۰۰۶ و در نهایت مقدار RMSE حاصل عملکرد RETC برابر با ۰/۰۰۷، ۰/۰۰۵، ۰/۰۰۸ و ۰/۰۰۶ به ترتیب در کلاس بافتی لوم رس شنی، لوم شنی، لوم و سیلت لوم حاصل شد. کمترین شاخص آماری RMSE از عملکرد الگوریتم‌های فراابتکاری DE و PSO به دست آمد. همچنین، روند تغییرات شاخص آماری R² نشان‌دهنده کارایی الگوریتم‌های فراابتکاری نسبت به کارایی RETC در برآورد مقدار پارامترهای منحنی رطوبتی خاک تحت مدل BC است. بهترین مقدار شاخص آماری R² برای الگوریتم DE به ترتیب در کلاس بافتی لوم رس شنی، لوم شنی، لوم و سیلت لوم برابر با ۰/۹۸۵، ۰/۹۷۶، ۰/۹۸۷ و ۰/۹۹۱ حاصل شد. در مقابل کمترین مقدار شاخص آماری R² برای RETC برابر ۰/۹۰۵، ۰/۹۱۶، ۰/۹۶۹ و ۰/۹۰۴ به ترتیب در کلاس بافتی لوم رس شنی، لوم شنی، لوم و سیلت لوم به دست آمد. با بررسی شکل ۳ نیز می‌توان تفاوت عملکرد الگوریتم‌های فراابتکاری نسبت به عملکرد RETC بررسی شد. از مقایسه میزان هم‌پوشانی بین نقاط رطوبتی اندازه‌گیری شده با منحنی حاصل از کاربرد الگوریتم‌های بهینه‌ساز می‌توان برای بررسی میزان توانایی الگوریتم‌ها در همگرایی و یافتن بهترین جواب به کار برد.

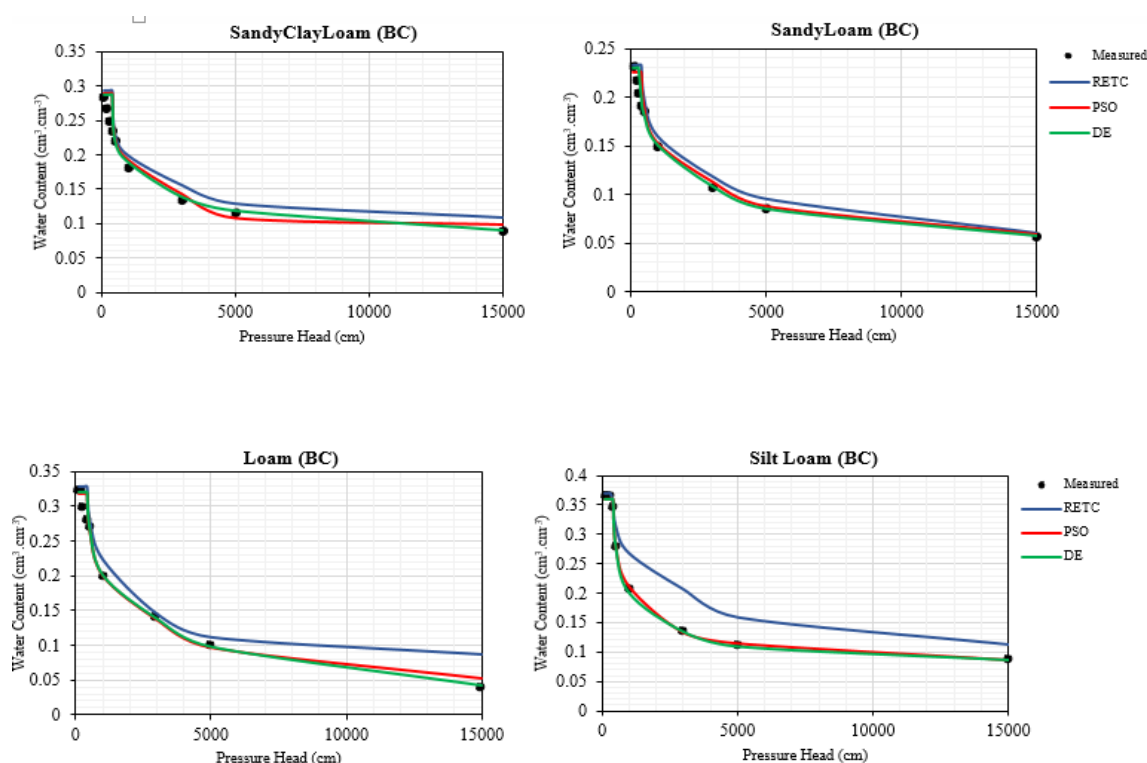
برای بررسی بهتر الگوریتم‌های فراابتکاری نسبت به عملکرد RETC در برآورد پارامترهای منحنی رطوبتی خاک بر اساس مدل vG، نمودارهای رطوبتی خاک مورد ارزیابی قرار گرفت (شکل ۳). با مطالعه شکل ۳، بهترین هم‌پوشانی با نقاط اندازه‌گیری شده حاصل عملکرد الگوریتم DE است. در حالی که منحنی رطوبتی حاصل از عملکرد RETC هم‌پوشانی کمتری با نقاط رطوبتی اندازه‌گیری شده دارد. کمترین هم‌پوشانی منحنی رطوبتی خاک از عملکرد RETC با نقاط رطوبتی اندازه‌گیری شده در منحنی رطوبتی خاک سیلت لوم مشاهده شد. روند عملکرد متفاوت منحنی رطوبتی حاصل از RETC نسبت به دو الگوریتم دیگر در این کلاس بافتی بازتاب نتایج حاصل در جدول ۵ است. در هر چهار نمودار می‌توان مشاهده نمود که نقطه رطوبتی نزدیک اشباع برآورد شده با استفاده از RETC نسبت به دو الگوریتم دیگر بیش‌تر برآورد شده است. تفاوت عملکرد RETC نسبت به دو الگوریتم فراابتکاری در نقطه برآورد پژمردگی دائم و در شیب منحنی رطوبتی خاک می‌توان مشاهده نمود. بهترین هم‌پوشانی از عملکرد RETC با نقاط رطوبت اندازه‌گیری شده را در کلاس لوم شنی می‌توان مشاهده نمود. یکی از علل عملکرد مناسب RETC در این کلاس بافتی می‌تواند قرارگرفتن این کلاس بافتی در گروه خاک‌های شنی بیان نمود که نرم‌افزار RETC و مدل vG کارایی بالای در کلاس‌های خاکی با بافت سبک دارند. با مطالعه جدول ۶ می‌توان به ارزیابی میزان کارایی الگوریتم DE برآورد



شکل ۳- منحنی رطوبتی خاک حاصل از عملکرد RETC و دو الگوریتم فراابتکاری DE و PSO در مدل vG
Figure 3- Obtained soil water curves of RETC performance and two meta-heuristic algorithms in the vG model

رطوبتی خاک در کلاس‌های مختلف بافتی است. نتایج پژوهش بیان‌گر توانایی همگرایی بالای الگوریتم DE در تطبیق دادن نقاط رطوبتی خاک با منحنی رطوبتی حاصل از پارامترهای برآورد شده است. در پژوهشی، Wang et al. (2018) به مطالعه کارایی الگوریتم‌های فراابتکار نسبت به عملکرد RETC در برآورد پارامترهای مدل vG پرداختند. آن‌ها بیان کردند که الگوریتم‌های DE و PSO با سرعت بالا توانستند به همگرایی در جهت برآورد پارامترها و ارزیابی روند تغییرات منحنی رطوبتی نسبت به نقاط رطوبتی اندازه‌گیری شده بپردازند. مطالعه Yin et al. (2018) نیز نشان داد که الگوریتم DE قابلیت بالا در فرآیند همگرایی و یافتن پارامترهای هیدرولیکی خاک نسبت به سایر الگوریتم‌های PSO و به‌ویژه الگوریتم محلی ژنتیک دارد. پژوهش Gebauer et al. (2022) نیز بیان‌گر کارایی بالای الگوریتم DE در برآورد پارامترهای هیدرولیکی خاک تحت شرایط مختلف اقلیمی، کشت و کار و منطقه‌ای است. ایشان بیان نمودند که این الگوریتم عملکرد بهتری نسبت به سایر روش‌های هوشمند از جمله جنگل تصادفی، الگوریتم ژنتیک و مورچگان در برآورد پارامترهای هیدرولیکی خاک دارد. همچنین، پژوهش ایشان نشان داد که مفاهیم ریاضی به‌کار رفته در ساختار این الگوریتم سبب افزایش کاربرد این الگوریتم در ارائه توابع انتقالی و مدل‌سازی در جهت برآورد پارامترهای هیدرولیکی خاک می‌شود.

در شکل ۴ مشاهده شد که منحنی حاصل از الگوریتم DE دارای بیش‌ترین هم‌پوشانی، در مقابل منحنی حاصل از عملکرد RETC دارای کم‌ترین هم‌پوشانی به‌ویژه در دو کلاس بافتی لوم و سیلت لوم است. همچنین، بر اساس شکل ۴ می‌توان بیان نمود که نرم‌افزار RETC دقت پایینی در برآورد نقطه رطوبت پژمردگی دائم در هر چهار کلاس بافتی خاک داشت. با بررسی نمودارهای ارائه شده در شکل ۴ می‌توان ذکر نمود که در کلاس بافتی لوم رس شنی نرم‌افزار RETC مقدار رطوبت نزدیک به رطوبت اشباع خاک بیش‌تر از نقاط اندازه‌گیری برآورد نموده در مقابل در کلاس بافتی لوم و سیلت لوم الگوریتم DE مقدار رطوبت نزدیک به رطوبت اشباع خاک را کم‌تر از مقدار اندازه‌گیری برآورد نموده است. این روند تغییرات بازگوکننده ساختار ریاضی به‌کار رفته در مدل BC و میزان کارایی این مدل در بررسی پارامترهای هیدرولیکی خاک تحت شرایط مختلف محیطی و مدیریتی است. با مقایسه شاخص‌های آماری در جدول‌های ۵ و ۶ می‌توان بیان نمود که هر سه روش کاربردی در برآورد پارامترهای هیدرولیکی خاک بر طبق مدل vG بهتر توانستند عمل کنند. Maggi (2017) نیز بیان نمود الگوریتم‌های فراابتکار و محلی عملکرد بهتری در برآورد پارامترهای منحنی رطوبتی خاک بر طبق مدل vG نسبت به مدل BC دارند. نتایج پژوهش Ou (2015) نیز نشان‌دهنده کارایی بالای الگوریتم DE در برآورد پارامترهای منحنی



شکل ۴- منحنی رطوبتی خاک حاصل از عملکرد RETC و دو الگوریتم فراابتکاری DE و PSO در مدل BC
Figure 4- Obtained soil water curves of RETC performance and two meta-heuristic algorithms in the BC model

۴- نتیجه‌گیری

به‌خصوص این‌که الگوریتم‌های فراابتکاری قابلیت ارزیابی عدم قطعیت مدل در طی برآورد پارامترها دارند به‌عبارت دیگر از نقش خطاهای کاربر و اندازه‌گیری در طی مراحل آزمایشگاهی کاسته می‌شود. در حالی‌که الگوریتم محلی این قابلیت ندارد و نمی‌تواند نقش کاربر و خطاهای موجود در طی اندازه‌گیری به حداقل برساند. همچنین، نتایج نشان داد که RETC کارایی مناسبی در برآورد رطوبت نزدیک به نقطه اشباع در مدل BC ندارد. مفاهیم و فرضیات به‌کار رفته در الگوریتم DE سبب شد بهتر در فضای پارامتریک به جست و جوی بهترین مقدار برای هر پارامتر هیدرولیکی خاک در هر دو مدل مورد مطالعه بپردازد. میزان کارایی این الگوریتم در خاک‌های با کلاس بافتی متوسط بهتر بود. از این‌رو، می‌توان از الگوریتم‌های فراابتکاری به‌عنوان ابزاری مناسب در جهت افزایش دقت در برآورد پارامترهای هیدرولیکی خاک تحت کلاس‌های مختلف بافتی استفاده نمود که نقش به‌سزایی در جهت افزایش دقت مدل‌های هیدرولیکی، هیدرولوژیکی و اخذ تصمیمات مدیریتی در جهت افزایش بهره‌وری از منابع آب و خاک دارد.

سپاسگزاری

بدین‌وسیله از حمایت‌های مالی و معنوی دانشگاه بیرجند صمیمانه قدردانی می‌شود.

در این پژوهش به بررسی میزان کارآمدی الگوریتم‌های فراابتکاری در جهت برآورد پارامترهای هیدرولیکی منحنی رطوبتی خاک پرداخته شد. با بررسی دو شاخص آماری RMSE و R^2 نشان داده شد که الگوریتم DE در هر چهار کلاس بافتی خاک بهتر توانسته به برآورد پارامترهای منحنی رطوبتی خاک بر پایه مدل vG و BC بپردازد. در حالی‌که نتایج حاصل بیان‌گر کاهش دقت نرم‌افزار RETC بود. همچنین، با بررسی نمودارهای منحنی رطوبتی خاک نشان داده شد که منحنی حاصل از عملکرد الگوریتم DE دارای بهترین هم‌پوشانی با نقاط رطوبتی اندازه‌گیری شده بوده و منحنی رطوبتی حاصل از عملکرد RETC بعد از منحنی رطوبتی حاصل از الگوریتم PSO قرار گرفت که بیان‌گر کاهش هم‌پوشانی با نقاط رطوبتی خاک است که شدت این کاهش عملکرد در دو کلاس بافتی خاک لوم و سیلت لوم شدیدتر بود. علت کاهش دقت نرم‌افزار RETC نسبت به دو روش دیگر نوع الگوریتم بهینه‌ساز آن است که امکان همگرایی در مسیر برآورد پارامترهای ندارد و حد بالا و پایین پارامترها و تعداد نقاط رطوبتی که به‌عنوان داده اولیه در این نرم‌افزار به‌کار می‌رود در کاهش دقت عملکرد مؤثر است و افتادن در دام محلی و عدم جست و جو در تمام فضای تعیین شده سبب خطا در برآورد پارامترهای مورد نیاز می‌شود.

شهبیدی: تحلیل و بررسی صوری؛ محسن پوررضا بیلندی: ترسیم نقشه‌ها، نظارت؛ وحیدرضا جلالی: مفهوم‌سازی، روش‌شناسی.

منابع

اطمینان، سمانه، جلالی، وحیدرضا، محمودآبادی، مجید، خاشعی سیوکی، عباس، و پوررضا بیلندی، محسن (۱۴۰۰). بررسی اثر پهنه‌سازی پارامترهای هیدرولیکی خاک با روش‌های حل معکوس و پارامتریک در افزایش دقت شبیه‌سازی حرکت آب در خاک با مدل HYDRUS. *تحقیقات کاربردی خاک*، ۹(۲)، ۱۵-۳۰. https://asr.urmia.ac.ir/article_121061.html?lang=fa

References

- Azad, N., Behmanesh, J., Rezaverdinejad, V., Abbasi, F., & Navabian, M. (2018). Developing an optimization model in drip fertigation management to consider environmental issues and supply plant requirements. *Agricultural Water Management*, 208, 344-356. doi:10.1016/j.agwat.2018.06.030
- Baram, S., Couvreur, V., Harter, T., Read, M., Brown, P.H., Kandelous, M., Smart, D.R., & Hopmans, J. W. (2016). Estimating nitrate leaching to groundwater from orchards: Comparing crop nitrogen excess, deep vadose zone data-driven estimates, and HYDRUS modeling. *Vadose Zone Journal*, 15(11), 1-13. doi:10.2136/vzj2016.07.0061
- Brooks, R.H., & Corey, A.T. (1964). Hydraulic properties of porous media and their relationship to drainage design Doctoral dissertation, Colorado State University. Libraries.
- Brunetti, G., Šimůnek, J., & Piro, P. (2016). A comprehensive numerical analysis of the hydraulic behavior of a permeable pavement. *Journal of Hydrology*, 540, 1146-1161. doi:10.1016/j.jhydrol.2016.07.030
- Du, G.M., & Zhang, Y.L. (2012). Calculate the van genuchten equation parameters based on PSO. *Journal of Irrigation and Drainage*, 31(6), 60-62.
- Eberhart, R., & Kennedy, J. (1995). Particle swarm optimization. In Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, pp. 1942-1948.
- Emamgholizadeh, S., Bazoobandi, A., Mohammadi, B., Ghorbani, H., & Sadeghi, M.A. (2023). Prediction of soil cation exchange capacity using enhanced machine learning approaches in the southern region of the Caspian Sea. *Ain Shams Engineering Journal*, 14(2), 76-92. doi:10.1016/j.asej.2022.101876
- Etminan, S., Jalali, V., Mahmoodabadi, M., Siuki, A.K., & Bilondi, M.P. (2021a). Assessing an

تضاد منافع نویسندگان

نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که هیچ‌گونه تضاد منافی در خصوص نگارش و انتشار مطالب و نتایج این پژوهش ندارند

دسترسی به داده‌ها

داده‌ها و نتایج استفاده شده در این پژوهش از طریق مکاتبه با نویسنده مسئول در اختیار قرار خواهد گرفت.

۸- مشارکت نویسندگان

عباس خاشعی سیوکی: نگارش-تهیه پیش‌نویس اصلی؛ سمانه اطمینان: منابع، نرم‌افزار، ویرایش پیش‌نویس اصلی؛ علی

efficient hybrid of Monte Carlo technique (GSA-GLUE) in uncertainty and sensitivity analysis of vanGenuchten soil moisture characteristics curve. *Computational Geosciences*, 25, 503-514. doi:10.1007/s10596-020-10019-w

- Etminan, S., Jalali, V., Mahmoodabadi, M., Khashei Siuki, A., & Pourreza Bilondi, M. (2021b). Investigating the effect of optimizing soil hydraulic parameters with inverse and parametric solution methods in increasing the accuracy of water movement simulation with HYDRUS. *Applied Soil Research*, 9(2), 15-30. https://asr.urmia.ac.ir/article_121061.html?lang=en [In Persian]
- Gardner, W.R., Hillel, D., & Benyamini, Y. (1970). Post-irrigation movement of soil water: 1. Redistribution. *Water Resources Research*, 6(3), 851-861. doi:10.1029/WR006i003p00851
- Gebauer, A., Ellinger, M., Brito Gomez, V.M., & Lieb, M. (2020). Development of pedotransfer functions for water retention in tropical mountain soil landscapes: spotlight on parameter tuning in machine learning. *Soil*, 6(1), 215-229. doi:10.5194/soil-6-215-2020
- Holzman, M.E., Carmona, F., Rivas, R., & Niclòs, R. (2018). Early assessment of crop yield from remotely sensed water stress and solar radiation data. *Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 145, 297-308. doi:10.1016/j.isprsjprs.2018.03.014
- Kang, S., Hao, X., Du, T., Tong, L., Su, X., Lu, H., Li, X., Huo, Z., Li, S., & Ding, R. (2017). Improving agricultural water productivity to ensure food security in China under changing environment: From research to practice. *Agricultural Water Management*, 179, 5-17. Doi:10.1016/j.agwat.2016.05.007
- Kumar, S.V., Dirmeyer, P.A., Peters-Lidard, C.D., Bindlish, R., & Bolten, J. (2018). Information theoretic evaluation of satellite soil moisture retrievals. *Remote Sensing of Environment*, 204, 392-400. doi:10.1016/j.rse.2017.10.016

- Li, Y.B., Liu, Y., Nie, W.B., & Ma, X.Y. (2018). Inverse modeling of soil hydraulic parameters based on a hybrid of vector-evaluated genetic algorithm and particle swarm optimization. *Water*, 10(1), 84. doi:10.3390/w10010084
- Maggi, S. (2017). Estimating water retention characteristic parameters using differential evolution. *Computers and Geotechnics*, 86, 163-172. doi:10.1016/j.compgeo.2016.12.025
- Maroufi, H., & Mehdinejadani, B. (2021). A comparative study on using metaheuristic algorithms for simultaneously estimating parameters of space fractional advection-dispersion equation. *Journal of Hydrology*, 602, 126757. doi:10.1016/j.jhydrol.2021.126757
- Mehdinejadani, B., & Fathi, P. (2020). Analytical solutions of space fractional Boussinesq equation to simulate water table profiles between two parallel drainpipes under different initial conditions. *Agricultural Water Management*, 240, 106324. doi:10.1016/j.agwat.2020.106324
- Moazen-zadeh, R., Mohammadi, B., Safari, M.J.S., & Chau, K.W. (2022). Soil moisture estimation using novel bio-inspired soft computing approaches. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 16(1), 826-840. doi:10.1080/19942060.2022.2037467
- Ojha, R., Morbidelli, R., Saltalippi, C., Flammini, A., & Govindaraju, R.S. (2014). Scaling of surface soil moisture over heterogeneous fields subjected to a single rainfall event. *Journal of hydrology*, 516, 21-36. doi:10.1016/j.jhydrol.2014.01.057
- Ou, Z. (2015). Differential evolution's application to estimation of soil water retention parameters. *Agronomy*, 5(3), 464-475. doi:10.3390/agronomy5030464
- Pachepsky, Y., & Rawls, W.J. (2004). *Development of pedotransfer functions in soil hydrology*. 30, Elsevier.
- Pachepsky, Y., Guber, A., Jacques, D., Simunek, J., Van Genuchten, M.T., Nicholson, T., & Cady, R. (2006). Information content and complexity of simulated soil water fluxes. *Geoderma*, 134(3-4), 253-266. doi:10.1016/j.geoderma.2006.03.003
- Ramadas, M., & Abraham, A. (2022). Segregating satellite imagery based on soil moisture level using advanced differential evolutionary multilevel segmentation. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 1-6. doi:10.1109/CEC55065.2022.9870422
- Rawls, W.J., & Pachepsky, Y.A. (2002). Using field topographic descriptors to estimate soil water retention. *Soil Science*, 167(7), 423-435. doi:10.1097/00010694-200207000-00001
- Rossi, C., & Nimmo, J.R. (1994). Modeling of soil water retention from saturation to oven dryness. *Water Resources Research*, 30(3), 701-708. doi:10.1029/93WR03238
- Schaap, M.G., & Leij, F.J. (1998). Using neural networks to predict soil water retention and soil hydraulic conductivity. *Soil and Tillage Research*, 47(1-2), 37-42. doi:10.1016/S0167-1987(98)00070-1
- Schaap, M.G., Leij, F.J., & Van Genuchten, M.T. (2001). Rosetta: A computer program for estimating soil hydraulic parameters with hierarchical pedotransfer functions. *Journal of Hydrology*, 251(3-4), 163-176. doi:10.1016/S0022-1694(01)00466-8
- Sreelash, K., Buis, S., Sekhar, M., Ruiz, L., Tomer, S.K., & Guerif, M. (2017). Estimation of available water capacity components of two-layered soils using crop model inversion: Effect of crop type and water regime. *Journal of Hydrology*, 546, 166-178. doi:10.1016/j.jhydrol.2016.12.049
- Storn, R. (1995). Differential evolution-a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. Technical report, International Computer Science Institute, 11-29. <https://cse.engineering.nyu.edu/~mleung/CS909/s04/Storn95-012.pdf>
- Tao, H., Diop, L., Bodian, A., Djaman, K., Ndiaye, P.M., & Yaseen, Z.M. (2018). Reference evapotranspiration prediction using hybridized fuzzy model with firefly algorithm: Regional case study in Burkina Faso. *Agricultural Water Management*, 208, 140-151. doi:10.1016/j.agwat.2018.06.018
- Tavakoli, M., & De Smedt, F. (2013). Validation of soil moisture simulation with a distributed hydrologic model (WetSpa). *Environmental Earth Sciences*, 69(3), 739-747. doi:10.1007/s12665-012-1957-8
- Van Genuchten, M.T. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil science society of America journal*, 44(5), 892-898. doi:10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x
- Van Genuchten, M.V., Leij, F.J., & Yates, S.R. (1991). The RETC code for quantifying the hydraulic functions of unsaturated soils.
- Van Lier, Q.D.J., Pinheiro, E.A.R., & Inforsato, L. (2019). Hydrostatic equilibrium between soil samples and pressure plates used in soil water retention determination: consequences of a questionable assumption. *Revista Brasileira de Ciência do Solo*, 43-61. doi.org/10.1590/18069657rbcs20190014
- Vereecken, H., Maes, J., Feyen, J., & Darius, P. (1989). Estimating the soil moisture retention characteristic from texture, bulk density, and carbon content. *Soil Science*, 148(6), 389-403. <https://journals.lww.com/soilsci/abstract/1989/>

- 12000/estimating_the_soil_moisture_retention
.1.aspx
- Wang, J., Shi, T., Yu, D., Teng, D., Ge, X., Zhang, Z., Yang, X., Wang, H., & Wu, G. (2020). Ensemble machine-learning-based framework for estimating total nitrogen concentration in water using drone-borne hyperspectral imagery of emergent plants: A case study in an arid oasis, NW China. *Environmental Pollution*, 266, 412-431. doi: 10.1016/j.envpol.2020.115412
- Wang, L., Huang, C., & Huang, L. (2018). Parameter estimation of the soil water retention curve model with Jaya algorithm. *Computers and Electronics in Agriculture*, 151, 349-353. doi:10.1016/j.compag.2018.06.024
- Yan, Y., Liu, J., Zhang, J., Zhao, Y., & Xiaopeng, L. (2017). Quantifying soil hydraulic properties and their uncertainties by modified GLUE method. *International Agrophysics*, 31(3), 433-445. doi:10.1515/intag-2016-0056
- Yin, Z.Y., Jin, Y.F., Shen, J.S., & Hicher, P.Y. (2018). Optimization techniques for identifying soil parameters in geotechnical engineering: comparative study and enhancement. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 42(1), 70-94. doi:10.1002/nag.2714